

Zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem funkcji kwadratowej , poziom podstawowy.

Zadania z Informatora oraz arkuszy publikowanych przez CKE w Formule 2023 oraz z podręcznika Nowej Ery MATEMATyka 2 -podstawa

Zadania wprowadzające z podręcznika klasy 2.

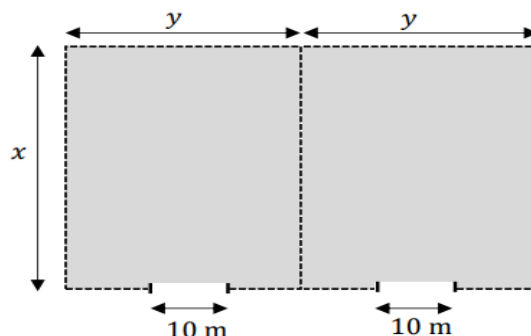
1. Wyznacz wartość największą funkcji $f(x)=-2x^2+6x-3$ w przedziale $[0, 2]$.
2. Mamy 28 m bieżących siatki ogrodzeniowej. Chcemy nią ogrodzić prostokątny ogródek przylegający jednym z boków do ściany domu. Jakie powinny być wymiary ogródka, aby jego powierzchnia była jak największa?
3. Mamy 80 m bieżących siatki ogrodzeniowej. Chcemy nią ogrodzić prostokątny ogródek o jak największej powierzchni. Jakie wymiary powinien mieć ten ogródek, jeśli nie będziemy grodzić jednego boku na odcinku 4 m?
4. Podstawą prostopadłościanu o wysokości 5 cm jest prostokąt o obwodzie 12 cm. Jakie powinny być wymiary podstawy tego prostopadłościanu, by jego pole powierzchni całkowitej było największe
5. Z kwadratowego arkusza tektury o polu 1600 cm^2 wycinamy w rogach kwadraty tak, aby po odpowiednim sklejeniu pozostałej części otrzymać otwarte pudełko. Jaka powinna być długość boków wycinanych kwadratów, aby pole powierzchni bocznej pudełka było największe? Oblicz to pole.
6. Mamy 240 metrów bieżących siatki ogrodzeniowej. Chcemy ogrodzić prostokątny ogródek o jak największej powierzchni. Jakie wymiary powinien on mieć?

Zadania publikowane przez CKE

7. Informator o egzaminie maturalnym jako przedmiotu obowiązkowego

Zadanie 28. (0–4)

Powierzchnia magazynowa będzie się składała z dwóch identycznych prostokątnych działek połączonych wspólnym bokiem. Całość ma być ogrodzona płotem, przy czym obie działki będzie rozdzielał wspólny płot. W ogrodzeniu będą zamontowane dwie bramy wjazdowe, każda o szerokości 10 m (zobacz rysunek poniżej). Łączna długość płotu ogrodzającego oraz rozdzialającego obie działki wyniesie 580 metrów, przy czym szerokości obu bram wjazdowych nie wliczają się w długość płotu.

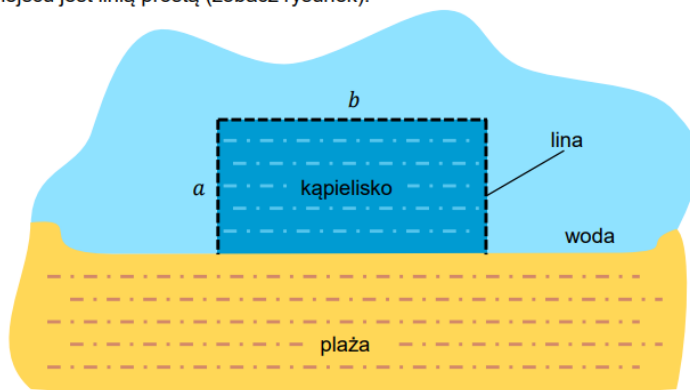


Oblicz wymiary x i y każdej z dwóch prostokątnych działek, tak aby całkowite pole powierzchni magazynowej było największe.

8. Grudzień 2022- próbna CKE

Zadanie 20. (0–4)

Do wyznaczenia trzech boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 200 m. Czwarty bok tego kąpieliska będzie pokrywał się z brzegiem plaży, który w tym miejscu jest linią prostą (zobacz rysunek).



Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego powierzchnia była największa.

Zapisz obliczenia.

9. Marzec 2022- arkusz pokazowy

Zadanie 29. (0–4)

Rozważamy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 200 i kącie ostrym o mierze 30° .

Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego równoległoboku od długości x boku równoległoboku.

Oblicz wymiary tego z rozważanych równoległoboków, który ma największe pole, i oblicz to największe pole.

Zapisz obliczenia.

10. Wrzesień 2022- próbna CKE

Zadanie 23. (0–4)

Rodzinną firmą stolarską produkuje małe wiatraki ogrodowe. Na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków stwierdzono, że:

- przychód P (w złotych) z tygodniowej sprzedaży x wiatraków można opisać funkcją $P(x) = 251x$
- koszt K (w złotych) produkcji x wiatraków w ciągu jednego tygodnia można określić funkcją $K(x) = x^2 + 21x + 170$.

Tygodniowo w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 150 wiatraków.

Oblicz, ile tygodniowo wiatraków należy sprzedać, aby zysk zakładu w ciągu jednego tygodnia był największy. Oblicz ten największy zysk.

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

11. Maj 2023-egzamin CKE

Zadanie 31.

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 30 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę L obsługiwanych klientów n -tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 22n + 279$$

gdzie n jest liczbą naturalną spełniającą warunki $n \geq 1$ i $n \leq 30$.

Zadanie 31.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Łączna liczba klientów obsługanych w czasie wszystkich analizowanych dni jest równa $L(30)$.	P	F
W trzecim dniu analizowanego okresu obsłużono 336 klientów.	P	F

Zadanie 31.2. (0–2)

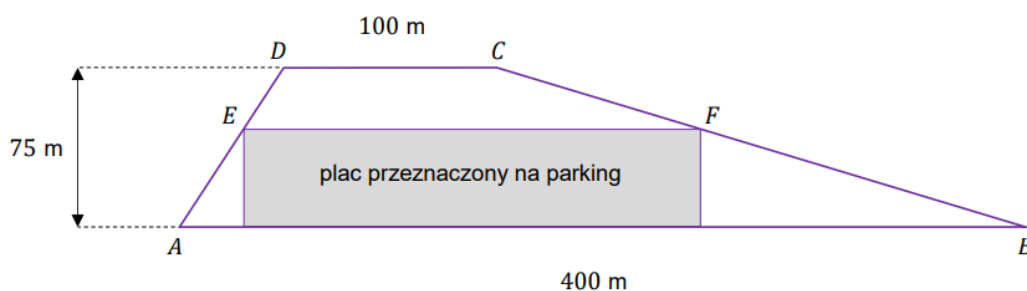
Którego dnia analizowanego okresu w aptece obsłużono największą liczbę klientów? Oblicz liczbę klientów obsługanych tego dnia. Zapisz obliczenia.

12. Czerwiec 2023- egzamin dodatkowy CKE

Zadanie 33. (0–4)

Działka ma kształt trapezu. Podstawy AB i CD tego trapezu mają długości $|AB| = 400$ m oraz $|CD| = 100$ m. Wysokość trapezu jest równa 75 m, a jego kąty DAB i ABC są ostre.

Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie AB tego trapezu, a dwa pozostałe – E oraz F – na ramionach AD i BC trapezu (zobacz rysunek).



Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię. Zapisz obliczenia.

Wskazówka:

Aby powiązać ze sobą wymiary prostokąta, skorzystaj z tego, że pole trapezu ABCD jest sumą pól trapezów ABFE oraz EFCD:

$$P_{ABCD} = P_{ABFE} + P_{EFCD}$$

13. Sierpień 2023- egzamin poprawkowy 2023

Zadanie 33. (0–4)

Zakład stolarski produkuje krzesła, które sprzedaje po 196 złotych za sztukę. Właściciel, na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków, stwierdził, że:

- przychód P (w złotych) ze sprzedaży x krzesel można opisać funkcją $P(x) = 196x$
- koszt K (w złotych) produkcji x krzesel dziennie można opisać funkcją

$$K(x) = 4x^2 + 4x + 240$$

Dziennie w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 30 krzesel.

Oblicz, ile krzesel powinien dziennie sprzedawać zakład, aby zysk ze sprzedaży krzesel wyprodukowanych przez ten zakład w ciągu jednego dnia był możliwie największy. Oblicz ten największy zysk.

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

14. Grudzień 2023- próbna CKE

Zadanie 30. (0–4)

Zgodnie z założeniem architekta okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, który nie jest równoległobokiem. Dłuższa podstawa trapezu ma mieć długość 12 dm, a suma długości krótszej podstawy i wysokości tego trapezu ma być równa 18 dm.

Oblicz, jaką długość powinna mieć krótsza podstawa tego trapezu, tak aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole. Zapisz obliczenia.

15. Materiał dodatkowy CKE – Zbiór zadań z matematyki na poziomie podstawowym- X.2022

Zadanie 66. (0–3)

Firma handlowa ustaliła, że liczba sprzedanych przez nią egzemplarzy gry komputerowej w ciągu każdego tygodnia zależy od jej ceny. Liczbę sprzedanych egzemplarzy opisuje funkcja $f(x) = 2400 - 15x$, gdzie x oznacza cenę jednostkową gry.

Jaka powinna być cena jednostkowa, aby tygodniowy przychód P ze sprzedaży gry był największy? Oblicz ten największy przychód.

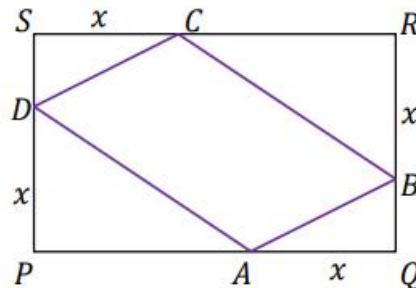
Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że przychód jest iloczynem liczby sprzedanych gier oraz ceny jednostkowej tej gry.

16. Materiał dodatkowy CKE – Zbiór zadań z matematyki na poziomie podstawowym- X.2022

Zadanie 67. (0–4)

Dany jest prostokąt $PQRS$ o bokach długości $|PQ| = |SR| = 10$ oraz $|PS| = |QR| = 6$. Na bokach PQ, QR, RS, SP obrano odpowiednio punkty A, B, C, D takie, że $|AQ| = |BR| = |CS| = |DP| = x$ oraz $x \geq 3$ (zobacz rysunek).

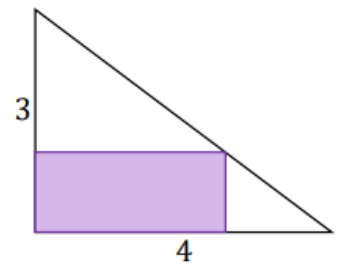


Wyznacz długość odcinka x , dla którego pole czworokąta $ABCD$ jest najmniejsze. Wyznacz to pole. Zapisz obliczenia.

17. Materiał dodatkowy CKE – Zbiór zadań z matematyki na poziomie podstawowym- X.2022

Zadanie 68. (0–4)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 i 4. Wpisano w niego prostokąt w taki sposób, że dwa z jego boków zawierają się w przyprostokątnych trójkąta, a jeden wierzchołek leży na przeciwprostokątnej (zobacz rysunek).



Jakie wymiary powinien mieć prostokąt, aby jego pole było największe? Oblicz to największe pole. Zapisz obliczenia.